

# La secuencia didáctica en probabilidad como herramienta epistemológica en la enseñanza-aprendizaje

Mtro. Jaime Israel García García

Cinvestav - IPN

# ¿Cómo enseñar mejor las matemáticas?

- Esta es, sin lugar a dudas, la principal pregunta planteada por diversos grupos desde profesores, investigadores, directivos, autoridades. Es la pregunta que origina el área de investigación que se conoce como Didáctica de las Matemáticas.
- Y para contestar a esta pregunta, podemos enfocar nuestra atención en:
  - 1) La mente del sujeto que ha de aprender, lo cual nos lleva a entender la “comprensión” como “proceso mental” y, como consecuencia, nos pueden dar indicaciones sobre cuándo y cómo enseñar.
  - 2) Las instituciones donde se produce el proceso de instrucción, lo que nos lleva hacer reflexiones acerca de las normas sociales que regulan los procesos de instrucción.
  - 3) El constructo matemático de enseñanza, lo que nos lleva a elaborar actividades didácticas (**secuencias didácticas**) que impacten de manera significativa.
  - 4) La implementación del uso de las TIC´s, lo que nos conduce a modificar nuestros métodos de enseñanza.

# Acuerdo en la Didáctica de las Matemáticas

- ▶ El profesor que ha de impartir matemáticas requiere situar la formación matemática en un lugar importante; es decir, ningún tipo de formación pedagógica, psicológica o didáctica puede suplir una débil formación matemática del futuro profesor de matemáticas en cualquier nivel educativo.
- ▶ El diseño de actividades de enseñanza-aprendizaje requiere de sólidos conocimientos matemáticos además de una formación didáctica.

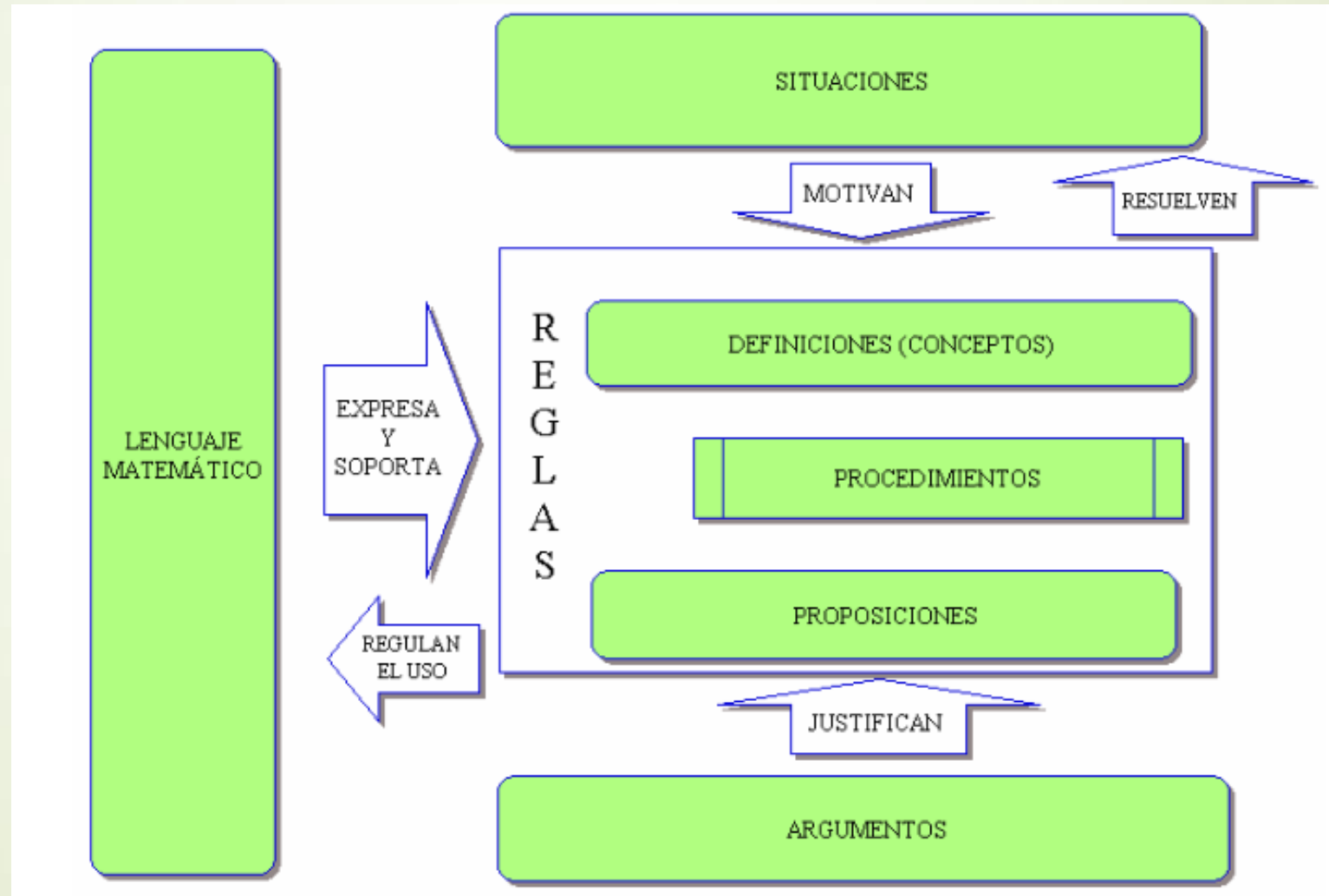
# El análisis ontológico y epistemológico en la Didáctica de las Matemáticas

- ▶ El fin específico de la Didáctica de las Matemáticas, como campo de investigación, es el estudio de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de programas de mejora de dichos procesos.
- ▶ Para lograr este objetivo, la Didáctica de las Matemáticas debe considerar las contribuciones de diversas disciplinas como la psicología, pedagogía, filosofía, o la sociología. Además, debe tener en cuenta y basarse en un análisis de la naturaleza de los contenidos matemáticos, su desarrollo cultural y personal, particularmente en el seno de las instituciones escolares.
- ▶ Este análisis ontológico y epistemológico es esencial para la Didáctica de las Matemáticas ya que difícilmente podría estudiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de objetos matemáticos.

# Configuración didáctica, su uso en la planeación didáctica.

- Una configuración didáctica es la articulación de un análisis ontológico y epistemológico de los objetos matemáticos circundantes a un constructo, a partir de la vinculación de los siguientes elementos:
  - 1) Situaciones – problemas (plantear y resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas)
  - 2) Lenguaje (vemos el uso de lenguajes, verbales y simbólicos)
  - 3) Conceptos (estos lenguajes son la parte ostensiva de una serie de conceptos)
  - 4) Propositiones y procedimientos (que intervienen en la elaboración de...)
  - 5) Argumentos (decidir si las acciones simples que componen las propositiones y procedimientos son satisfactorias)

## Esquema de las componentes y relaciones en una configuración didáctica (Font y Godino, 2006)



# Secuencia Didáctica

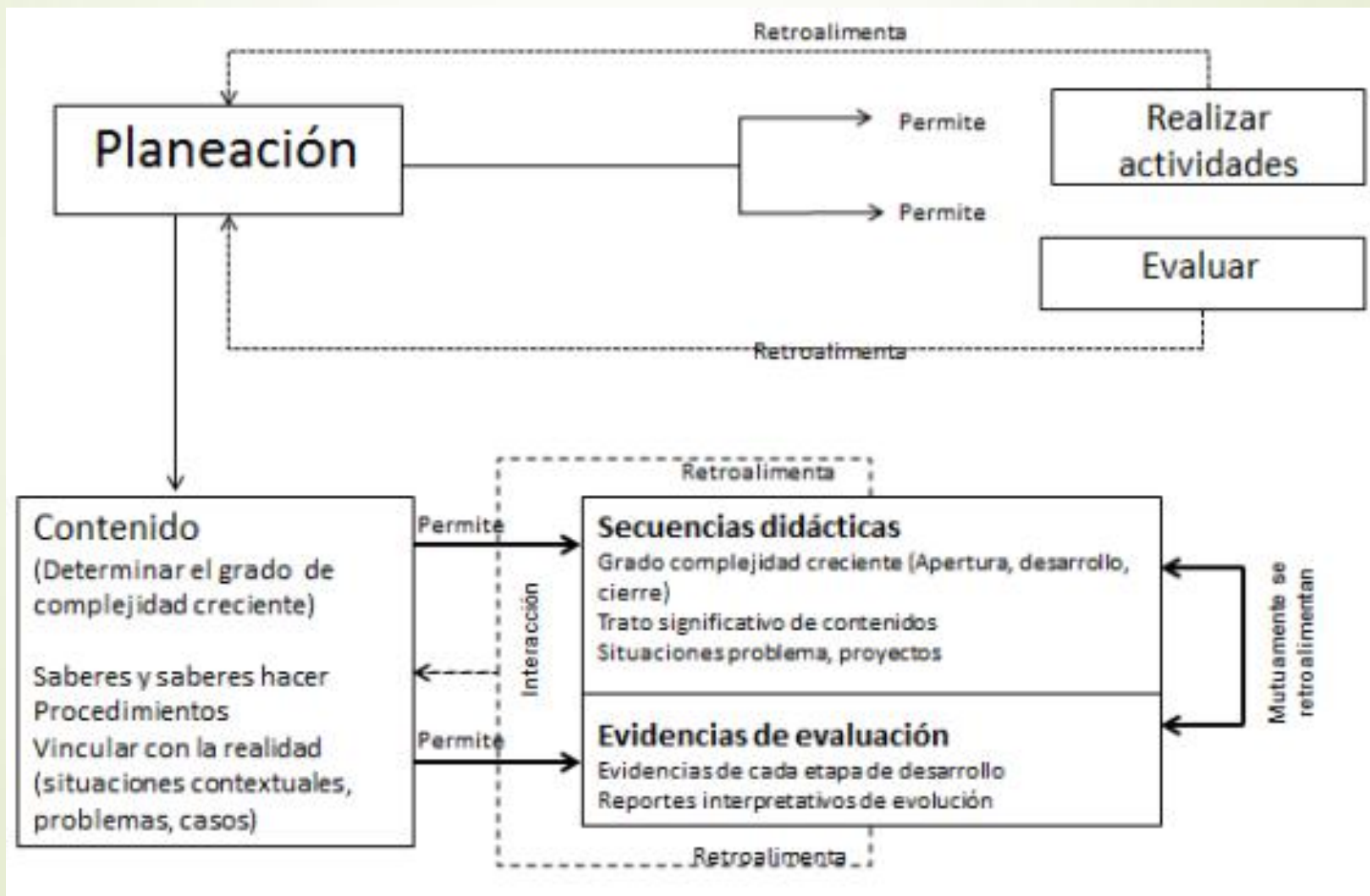
- Un conjunto de configuraciones didácticas diseñadas para la enseñanza y el aprendizaje de un tema específico es la idea que está detrás del concepto de **Secuencia Didáctica**. Para elaborarla es necesario hacer una serie de consideraciones:
  - 1) Dar las condiciones para que el alumno ordene y refresque aquellas ideas que ya posee y que pudieran estar relacionadas con el nuevo tema.
  - 2) Considerar lo que el alumno concibe previamente sobre el tema que va a aprender.
  - 3) Ubicar la importancia científica del tema y la incidencia que tiene al resto del curso, así como su opinión sobre los contenidos que debe abarcar la enseñanza.
  - 4) La adaptación a los alumnos con los que se va a trabajar.
  - 5) Que el contenido sea accesible, coherente e inteligible.

# Secuencia Didáctica

- 6) Que la presentación y el estudio del concepto vaya en los siguientes sentidos: i) de lo familiar a lo desconocido; ii) de lo concreto a lo abstracto; iii) de lo fácil a lo difícil. (Niveles de dificultad)
- 7) La utilidad y valoración social del tópico elegido.
- 8) Ubicar el tema dentro de un contexto familiar para el alumno: relación con la vida cotidiana, historia, impacto económica, etcétera.
- 9) Dar las condiciones para que el alumno conecte los conceptos del tema con otros de ámbitos distintos.
- 10) El método de trabajo que se va a emplear en el aula.
- 11) La función de la evaluación (niveles de razonamiento).



# Hacia un modelo dinámico de planeación didáctica (Díaz Barriga, Ángel)



# Formato de Secuencia Didáctica propuesto por Díaz Barriga, Ángel

**Propuesta indicativa para construir una secuencia didáctica<sup>8</sup>**

**Asignatura:**

**Unidad temática o ubicación del programa dentro del curso general:**

**Contenidos:**

**Duración de la secuencia y número de sesiones previstas:**

**Nombre del profesor que elaboró la secuencia:**

**Finalidad, propósitos u objetivos:**

**Si el profesor lo considera, elección de un problema, caso o proyecto (Problema EJE):**

<sup>8</sup> Nota esta propuesta es indicativa y no significa que el profesor deba llenarla en todos sus elementos. Cada docente puede incorporar aquellos elementos que le sean más significativos en su trabajo con los estudiantes. CUADRO 1

# Formato de Secuencia Didáctica propuesto por Díaz Barriga, Ángel

## Secuencia didáctica

Se sugiere buscar responder a los siguientes principios: vinculación contenido-realidad; vinculación contenido conocimientos y experiencias de los alumnos; uso de las Apps y recursos de la red; obtención de evidencias de aprendizaje

### Línea de Secuencias didácticas

Actividades de apertura:

Actividades de desarrollo:

Actividades de Cierre:

**Orientaciones generales para la evaluación:** estructura y criterios de valoración del portafolio de evidencias; lineamiento para la resolución y uso de los exámenes:

### Línea de evidencias de evaluación del aprendizaje

Evidencias de aprendizaje (En su caso evidencias del problema o proyecto, evidencias que se integran a portafolio)

**Recursos:** bibliográficos; hemerográficos y cibergráficos

La secuencia didáctica es el resultado de establecer una serie de actividades de aprendizaje que tengan un orden interno entre sí, con ello se parte de la intención docente

# Ejemplificación de una secuencia didáctica

- Grado: Segundo
- Eje: Manejo de la información
- Bloque: II
- Tema: Nociones de probabilidad
- Contenido Matemático: Probabilidad teórica (clásica) y frecuencial
- Constructos relacionados con el Contenido Matemático: Aleatoriedad, Variabilidad, Distribución de Frecuencias, Distribución Binomial, Enfoques de la Probabilidad, Axiomas de la Probabilidad, Ley de los Grandes Números.

# Ejemplificación de una secuencia didáctica (Configuración didáctica)

## LENGUAJE

VERBAL: probabilidad, posibilidad, azar (aleatoriedad), frecuencia (absoluta y relativa), evento, espacio muestral, porcentaje.

GRÁFICO: tabla de frecuencias y gráfico de frecuencias.

SIMBÓLICO: fr, %,  $P(A)$ .

## SITUACIONES

Problema contextualizado de la relación de la probabilidad teórica y frecuencial.

## CONCEPTOS

### PREVIOS

Azar

Registro de resultados

Tabla de frecuencias relativa y absolutas

Probabilidad

Comparación de probabilidades

### EMERGENTES

Variabilidad

Distribución binomial

Ley de los grandes números

# Ejemplificación de una secuencia didáctica (Configuración didáctica)

<b>PROCEDIMIENTOS</b>	<b>PROPOSICIONES</b>
Simulación física y computacional del lanzamiento de dos monedas.	Si se aumenta el número de veces que se repite un experimento, la probabilidad frecuencial tenderá a aproximarse a la probabilidad teórica.
<b>ARGUMENTOS</b>	
Justificación visual de que el evento de obtener un águila en el lanzamiento de dos monedas es más probable. Comparación entre los valores de la frecuencia relativa y los valores teóricos de la probabilidad.	

# Ejemplificación de una secuencia didáctica

- ▶ Competencia:
  1. Comprende elementos de la probabilidad y estadística, y los usa en la resolución de problemas.
  2. Utiliza las tablas y las representaciones gráficas para el estudio de fenómenos aleatorios.
- ▶ Propósito: Realización de experimentos aleatorios y registro de resultados, para un acercamiento a la probabilidad frecuencial. Relación de ésta con la probabilidad teórica. Calculen la probabilidad de experimentos aleatorios simples y compuestos.
- ▶ Objetivo: Que estudiante evalúe la situación-problema y asigne valores a la probabilidad a cada uno de los eventos de la variable aleatoria 'el número de águilas que ocurren en el experimento del lanzamiento de dos monedas'.



# Ejemplificación de una secuencia didáctica

- ▶ Estrategia: Resuelve una serie de actividades integradoras.
- ▶ Sub estrategias: Elaboración y exploración, de gráficos y tablas.
- ▶ Producto: Tablas de frecuencias y gráficas con apoyo de la simulación física y computacional, estas deben mostrar las características de la Ley de los Grandes Números.
- ▶ Aprendizaje Esperado: Se espera que los estudiantes asignen la probabilidad teórica, o bien, debido a que se trabajara con recursos físicos y/o computacionales, propusieran valores bajo una aproximación frecuencial a la probabilidad, con una desviación de  $\pm 0.05$ , esto debido a la fuerte conexión entre los dos enfoques.



# Ejemplificación de una secuencia didáctica

Nivel	Calificación	Respuesta
<b>Inaceptable</b>	5	Proporciona probabilidades en fracciones, decimales o con números porcentuales cuya suma no corresponde a 1 o 100%.
		Ofrecen respuestas que no corresponden a la situación e introducen elementos extraños al problema.
		Proporcionan posibilidades con números enteros y dan proporciones no adecuadas con relación a la forma de la distribución (1, 2, 1).
		No da una respuesta precisa, sólo alude a la aleatoriedad de la situación.
<b>Bajo</b>	6	Expresan probabilidades en fracciones, decimales o con números porcentuales de manera que sumen 1 o 100%, sin importar la forma de la distribución.
	7	Proporcionan posibilidades con números enteros cuya suma es 100 o 1000; sin embargo, dan valores muy alejados a las proporciones adecuadas con relación a la forma de la distribución (1, 2, 1).
	7	Proporcionan posibilidades con números enteros, cuya suma es diferente de 100, y dan proporciones adecuadas con relación a la forma de la distribución (1, 2, 1).

# Ejemplificación de una secuencia didáctica

Nivel	Calificación	Respuesta
<b>Satisfactorio</b>	8	Expresan posibilidades con números enteros cuya suma 100, y presentan proporciones adecuadas con relación a la forma de la distribución (1, 2, 1); sin embargo, no asignan el símbolo de porcentaje (%)
	8	Expresan posibilidades con números enteros con decimales cuya suma es 100, y presentan valores correspondientes a una aproximación frecuencial a la probabilidad; sin embargo, no asignan el símbolo de porcentaje (%)
	9	Expresan probabilidades con fracciones, decimales o números porcentuales cuya suma es 1 o 100%, presentan una noción adecuada de la forma de la distribución, pero proporcionan valores muy alejados a los teóricos.
<b>Destacado</b>	10	Proporcionan valores correspondientes a una aproximación frecuencial a la probabilidad, con una desviación de $\pm 5\%$ .
		Proporcionan valores correspondientes a la probabilidad teórica de cada evento.

# Ejemplificación de una secuencia didáctica

## ► Situación-problema

### *¡A LA SUERTE!*

La familia Pérez, está compuesta por el señor Carlos, su esposa Ana y su hijo Beto. Todas las noches, por lo general, después de cenar se reúne la familia a ver la televisión, pero nunca están de acuerdo para ver un mismo programa. Al señor Carlos le gusta ver programas deportivos, a la señora Ana las películas y a Beto las caricaturas.



Como sólo hay un televisor en la casa, lo más sencillo sería que se turnaran el control de la televisión diariamente, pero Beto les propone a sus padres algo más divertido: “¡A la suerte!”.

Propone rifar el control jugando a los volados con dos monedas de la siguiente manera: Si no sale **ninguna águila** en los dos volados, gana la Sra. Ana; si sale exactamente una águila, gana el niño Beto; y si salen **dos águilas**, gana el Sr. Carlos. A los padres les parece justo y aceptan su propuesta.

Después de muchos días (un año, por ejemplo), ¿todos los integrantes de la familia Pérez tendrán el control de la televisión con la misma frecuencia? Explica ampliamente tu respuesta.

# Ejemplificación de una secuencia didáctica

```
graph LR; A[Actividades de Inicio] --> B[Actividades de Desarrollo]; B --> C[Actividades de Cierre];
```

Actividades de Inicio

Actividades de Desarrollo

Actividades de Cierre

# Ejemplificación de una secuencia didáctica

## ► Actividades de Inicio

- 1) Presentación de la situación-problema ¡A la suerte!
- 2) Aplicación del **cuestionario diagnóstico**, tiene como propósito principal conocer el nivel de razonamiento intuitivo de los estudiantes.

# Ejemplificación de una secuencia didáctica

- ▶ Actividades de Desarrollo → Actividades de simulación física y computacional
- 1) **Simulación física.** Realización de lanzamientos, registro de resultados y observación de patrones en ellos
- 2) **Simulación computacional.** Exploración y simulación con el software, organización de resultados y observación de patrones en ellos

Se realizaran actividades motivadas por las preguntas del cuestionario, y se les solicitara que registren sus resultados y respondan preguntas formuladas en hojas de trabajo que se les proporcionara.

# Ejemplificación de una secuencia didáctica

## ► Actividades de Cierre

- 1) Aplicación del **cuestionario posterior**, con el propósito de evaluar su nivel de razonamiento informal.
- 2) Hacer una reflexión con los estudiantes sobre la fuerte conexión que existe entre el enfoque teórico y frecuencial de la probabilidad, siendo esta denominada como la ley de los grandes números; la cual establece que si se aumenta el número de veces que se repite un experimento, la probabilidad frecuencial tenderá a aproximarse a la probabilidad teórica.

# Ejemplificación de una secuencia didáctica

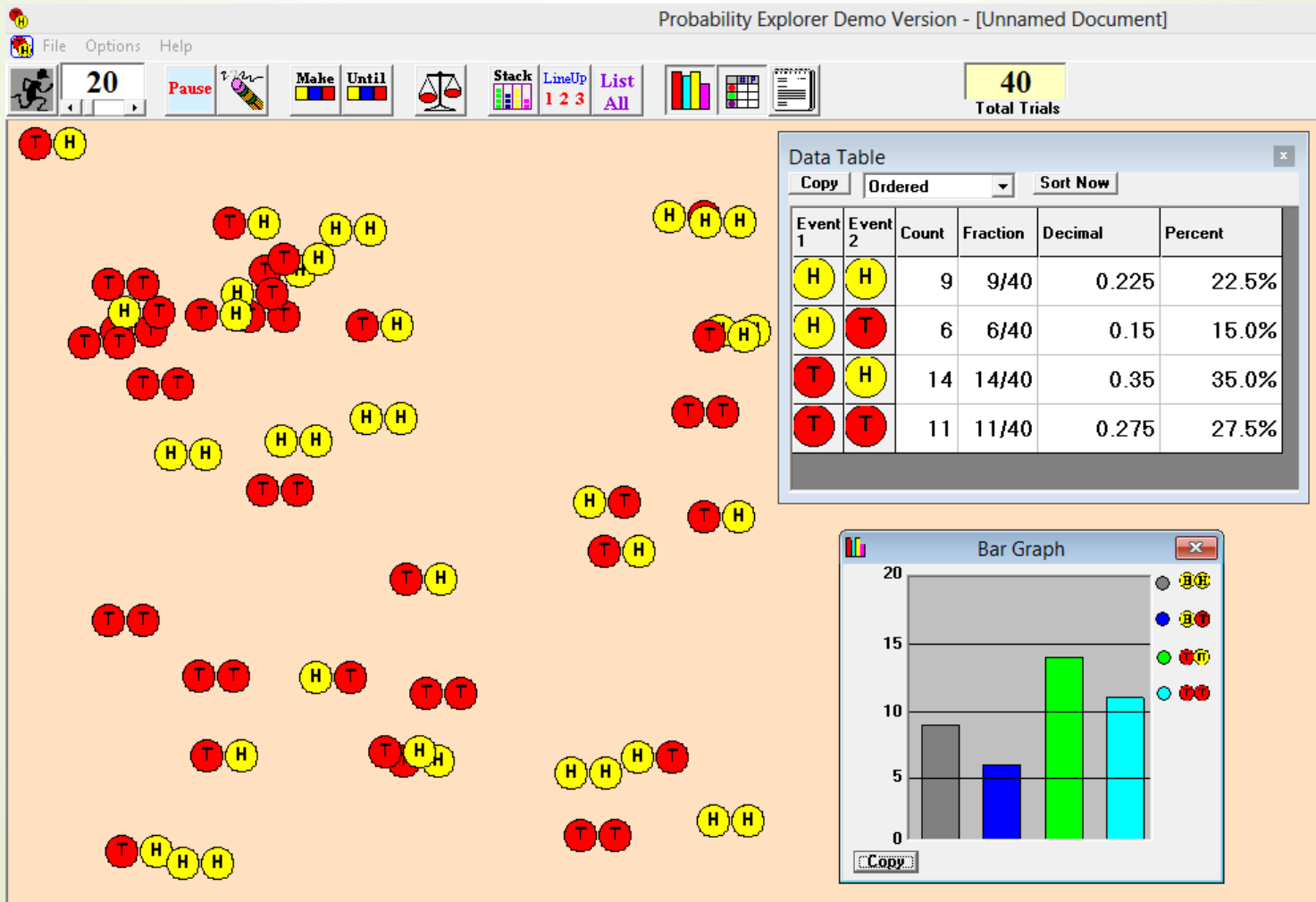
<u>Cuestionario Diagnóstico</u>
<p>13. Asigna un número a la posibilidad de que cada integrante de la familia Pérez tenga el control del televisor:</p> <p>Posibilidad de Ana = _____</p> <p>Posibilidad de Beto = _____</p> <p>Posibilidad de Carlos = _____</p>
<u>Actividad Simulación Física</u>
<p>13. c) En porcentaje, ¿cuál es la posibilidad de ganar de cada participante? _____</p>
<u>Actividad Simulación Computacional</u>
<p>4. c) En porcentaje, ¿cuál es la posibilidad de ganar de cada participante?</p> <p>Posibilidad de que gane Ana (0 águilas) = _____</p> <p>Posibilidad de que gane Beto (1 águila) = _____</p> <p>Posibilidad de que gane Carlos (2 águilas) = _____</p>
<u>Cuestionario Posterior</u>
<p>6. ¿Cuál sería tu nueva asignación de valores a la posibilidad de que cada integrante de la familia Pérez tenga el control del televisor?</p> <p>Posibilidad de Ana = _____</p> <p>Posibilidad de Beto = _____</p> <p>Posibilidad de Carlos = _____</p>



# Ejemplificación de una secuencia didáctica

- *Probability Explorer* (Stohl, 1999-2002) es un ambiente de aprendizaje en el que se generan datos de resultados de simulaciones de juegos de azar, como lanzamiento de monedas y dados, extracciones al azar de bolas contenidas en urnas y otros juegos populares. Los datos se representan en la pantalla de forma icónica, reproduciendo el aspecto que presentan esos juegos en la realidad. Simultáneamente, o después, los datos pueden ordenarse, apilarse y graficarse automáticamente, obteniéndose diversas representaciones de los conjuntos de resultados: tablas de datos agrupados, pictogramas, gráficas circulares. El software es ideal para jugar y experimentar, y aprender sobre el comportamiento de los resultados del azar, además de que ayuda con el cálculo de las frecuencias absolutas y relativas.

# Ejemplificación de una secuencia didáctica



# Aplicación y resultados de la secuencia didáctica

- ▶ *Participantes.* Treinta y siete estudiantes de tres grupos de primer grado de bachillerato Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Vallejo, de la Universidad Nacional Autónoma de México, cuyas edades oscilaban entre los quince y dieciséis años. El profesor titular de los grupos colaboró aplicando el cuestionario previo y posterior y conduciendo las actividades de instrucción. Los estudiantes no habían recibido ningún tipo de enseñanza formal de probabilidad y estadística en bachillerato; además, no recibieron información alguna respecto del propósito del estudio.

# Aplicación y resultados de la secuencia didáctica

- Frecuencias de respuesta por nivel durante las actividades

Nivel	Cuestionario / Actividad			
	Diagnóstico	Simulación		Posterior
		Física	Computacional	
<b>Inaceptable</b>	13	5	5	4
<b>Bajo</b>	8	5	2	7
<b>Satisfactorio</b>	5	5	14	10
<b>Destacado</b>	11	22	16	16

# Aplicación y resultados de la secuencia didáctica

- Diferencias de las frecuencias de cada etapa con las obtenidas en la etapa anterior, de modo que se ven los progresos y retrocesos.

Nivel	Cuestionario / Actividad			
	Diagnóstico	Simulación		Posterior
		Física	Computacional	
<b>Inaceptable</b>	13	-8	0	-1
<b>Bajo</b>	8	-3	-3	+5
<b>Satisfactorio</b>	5	0	+9	-4
<b>Destacado</b>	11	+11	-6	0

# Aplicación y resultados de la secuencia didáctica

- ▶ Podemos concluir que, considerando los resultados del cuestionario posterior, se presenta una mejoría en la comprensión de los estudiantes, ya que la clasificación de las respuestas indica un desplazamiento general hacía, por lo menos, un nivel de mayor complejidad estructural.
- ▶ Es lo esperado, pues con las actividades de simulación los estudiantes lograron entender mejor lo que se les pregunta, seguramente por haberse familiarizado más con el contexto, disminuyendo con esto el número de respuestas en el nivel inaceptable.

# Referencias

- ▶ Díaz-Barriga, Á. “Construcción de programas desde la perspectiva de desarrollo de competencias”, en revista Perfiles Educativos. IISUE-UNAM. (En prensa)
- ▶ Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8 (1), 67-98.
- ▶ García, J. I., Medina, M., & Sánchez, E. (2014). Niveles de razonamiento de estudiantes de secundaria y bachillerato en una situación-problema de probabilidad. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 6, 5- 23.
- ▶ Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- ▶ Stohl, H. (1999-2005). *Probability Explorer*. <http://www.probexplorer.com/>

Gracias por su atención



# Resumen

- La secuencia didáctica es una herramienta que tiene como objetivo fundamental planificar y dosificar los saberes a ser enseñados, donde la función del docente es generar una trayectoria de aprendizaje y ser el guía para lograr el desarrollo de ciertas habilidades y competencias; pero a la vez, debe valorar y evaluar las prácticas del estudiante y de sí mismo. La postura teórica en la que se apoya este trabajo es la socio-epistemología y de la idea de configuración didáctica, ésta última como mecanismo de reflexión de la epistemología del objeto matemático a ser desarrollado.
- Se ejemplifica una secuencia didáctica para el desarrollo de una idea de probabilidad apoyándose en el uso de simulaciones físicas y/o computacionales, donde se hacen explícitos los elementos necesarios que debe contener ésta, así como su configuración, que tiene como propósito presentar el papel reflexivo del profesor en su práctica y la valoración de los saberes desarrollados.